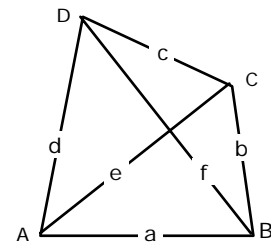


Bei den folgenden drei Vierecken sind die fehlenden Seiten und Winkel zu berechnen:

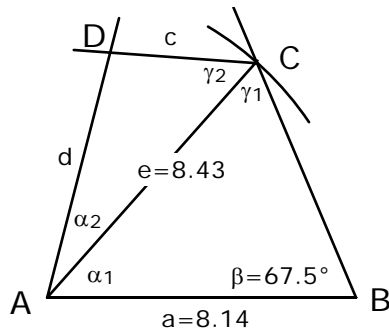
- | | | |
|------------------------|------------------------|---------------------------------|
| a) $a = 8.14$ | b) $a = 47.1$ | c) $a = 8.4$ |
| $e = 8.43$ | $b = 52.3$ | $d = 3.7$ |
| $\alpha = 75^\circ$ | $\alpha = 117.8^\circ$ | $e = 6.8$ |
| $\beta = 67.5^\circ$ | $\beta = 85.2^\circ$ | $\alpha = 125^\circ$ |
| $\gamma = 108.7^\circ$ | $\gamma = 98.5^\circ$ | $\sphericalangle be = 58^\circ$ |



Vorbemerkung:

Ich speichere alle gefundenen Werte auf dem Taschenrechner und rechne grundsätzlich mit den gespeicherten Werten weiter; das verhindert Rundungsfehler und Tippfehler und ist erst noch schneller.

- a) $a = 8.14$
 $e = 8.43$
 $\alpha = 75^\circ$
 $\beta = 67.5^\circ$
 $\gamma = 108.7^\circ$



Konstruktionsweg
 a und β
 e von A aus abtragen $\rightarrow C$
 α
 γ

(halbe Grösse)

Das Dreieck ABC lässt sich vollständig mit dem Sinussatz berechnen:

$$\frac{\sin \gamma_1}{a} = \frac{\sin \beta}{e} \Rightarrow \gamma_1 = 63.14^\circ \Rightarrow \gamma_2 = 45.56^\circ$$

$$\alpha_1 = 49.36^\circ \Rightarrow \alpha_2 = 25.64^\circ$$

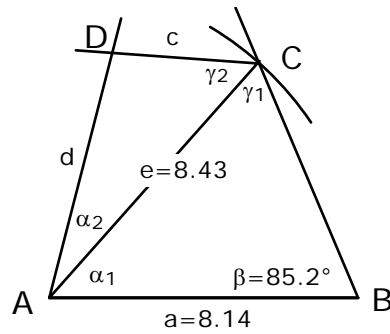
$$\frac{b}{\sin \alpha_1} = \frac{e}{\sin \beta} \Rightarrow b = 6.92$$

Im Dreieck ACD ist $\delta = 360^\circ - \alpha - \beta - \gamma = 108.8^\circ$.

$$\frac{d}{\sin \gamma_2} = \frac{e}{\sin \delta} \Rightarrow d = 6.36$$

$$\frac{c}{\sin \alpha_2} = \frac{e}{\sin \delta} \Rightarrow c = 3.85$$

- b) $a = 47.1$
 $b = 52.3$
 $\alpha = 117.8^\circ$
 $\beta = 85.2^\circ$
 $\gamma = 98.5^\circ$



Konstruktionsweg

a, b und $\beta \rightarrow$ Dreieck ABC
 α
 γ

Vom Dreieck ABC sind zwei Seiten und der Zwischenwinkel bekannt:

$$e^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \beta \Rightarrow e = 67.39$$

$$\frac{\sin \alpha_1}{b} = \frac{\sin \beta}{e} \Rightarrow \alpha_1 = 50.66^\circ$$

Mit einfachen Winkelberechnungen im Drei- und Viereck erhält man:

$$\gamma_1 = 44.14^\circ$$

$$\alpha_2 = 67.14^\circ$$

$$\gamma_2 = 54.36^\circ$$

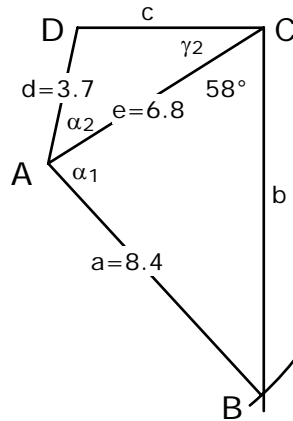
$$\delta = 58.5^\circ$$

Nun wird im Dreieck ACD weitergerechnet:

$$\frac{d}{\sin \gamma_2} = \frac{e}{\sin \delta} \Rightarrow d = 64.23$$

$$\frac{c}{\sin \alpha_2} = \frac{e}{\sin \delta} \Rightarrow c = 72.83$$

- c) $a = 8.4$
 $d = 3.7$
 $e = 6.8$
 $\alpha = 125^\circ$
 $\sphericalangle be = 58^\circ$



Konstruktionsweg
 a und β
 von A aus e abtragen \rightarrow C
 α
 γ
 (halbe Grösse)

Wir berechnen zuerst – analog zur Konstruktion – das Dreieck ABC. Es ist eindeutig bestimmt, der Winkel liegt der grösseren Seite gegenüber.

$$\frac{\sin \beta}{e} = \frac{\sin \gamma_1}{a} \Rightarrow \beta = 43.35^\circ$$

$$\alpha_1 = 180^\circ - 58^\circ - \beta = 78.65^\circ$$

$$\alpha_2 = 125^\circ - \alpha_1 = 46.35^\circ$$

$$\frac{b}{\sin \alpha_1} = \frac{a}{\sin \alpha_1} \Rightarrow b = 9.71$$

Nun kennen wir vom Dreieck ACD zwei Seiten und den Zwischenwinkel:

$$c^2 = d^2 + e^2 - 2de \cdot \cos \alpha_1 \Rightarrow c = 5.02$$

γ_2 ist sicher ein spitzer Winkel (d ist die kleinste Seite):

$$\frac{\sin \gamma_2}{d} = \frac{\sin \alpha_2}{c} \Rightarrow \gamma_2 = 32.23^\circ$$

$$\delta = 101.4^\circ$$

Wenn Sie δ direkt berechnen laufen Sie Gefahr, mit der Taschenrechnerantwort $\delta = 78.6^\circ$ zufrieden zu sein!