$$\frac{1}{1-\sin x}-\frac{\tan x}{\cos x}=$$

Zuerst $\tan x$ ersetzen und die Gleichung zwecks Vermeidung von Doppelbrüchen vorher umformen:

$$\frac{1}{1-\sin x}-\frac{\tan x}{\cos x}=\frac{1}{1-\sin x}-\tan x\cdot\frac{1}{\cos x}=\frac{1}{1-\sin x}-\frac{\sin x}{\cos x}\cdot\frac{1}{\cos x}=\frac{1}{1-\sin x}-\frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

Die beiden Brüche werden gleichnamig gemacht; um Schreibarbeit zu sparen setze ich vorübergehend: $\sin x = s$ und $\cos x = c$

$$\frac{1}{1-s}-\frac{s}{c^2}=\frac{c^2-s(1-s)}{c^2(1-s)}=\frac{c^2-s+s^2}{c^2(1-s)}=\frac{s^2+c^2-s}{c^2(1-s)}=\frac{\sin^2 x+\cos^2 x-\sin x}{\cos^2 x\cdot(1-\sin x)}$$

nun ist aber $\sin^2 x+\cos^2 x=1$; deshalb erhalten wir:

$$\frac{\sin^2 x+\cos^2 x-\sin x}{\cos^2 x\cdot(1-\sin x)}=\frac{1-\sin x}{\cos^2 x\cdot(1-\sin x)}=\mathbf{\frac{1}{\cos^2 x}}$$

Variante:

Wir ersetzen in $\frac{1}{1-\sin x}-\frac{\sin x}{\cos^2 x}$ den $\cos^2 x$ durch $1-\sin^2 x=(1+\sin x)(1-\sin x)$

$$\frac{1}{1-\sin x}-\frac{\sin x}{(1+\sin x)(1-\sin x)}=\frac{1+\sin x}{(1+\sin x)(1-\sin x)}-\frac{\sin x}{(1+\sin x)(1-\sin x)}=\frac{1}{(1+\sin x)(1-\sin x)}$$

$$=\frac{1}{(1-\sin^2 x)}=\mathbf{\frac{1}{\cos^2 x}}$$