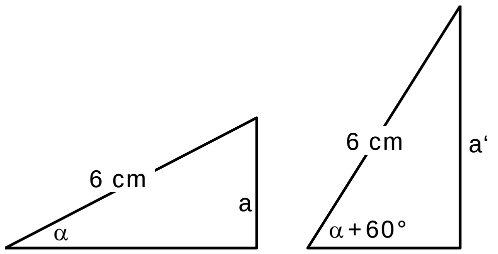
Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks misst 6 cm. Wenn man den Winkel α um 60° vergrössert, dann wird die gegenüberliegende Kathete um 4 cm länger.



$\frac{a}{6} = \sin\alpha \qquad \Rightarrow \qquad a = 6\sin\alpha$

$\frac{a'}{6} = \sin(\alpha + 60°) \qquad \Rightarrow \qquad a' = 6\sin(\alpha + 60°)$

da $a' = a + 4$ folgt daraus die Gleichung: $6\sin\alpha + 4 = 6\sin(\alpha + 60°)$

Wir benützen das Additionstheorem und die exakten Werte $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ und $\cos 60° = \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned}
6\sin\alpha + 4 &= 6(\sin\alpha\cos 60° + \cos\alpha\sin 60°) \\
&= 6\sin\alpha \cdot \frac{1}{2} + 6\cos\alpha \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\
6\sin\alpha + 4 &= 3\sin\alpha + 3\sqrt{3}\cos\alpha
\end{aligned}$$

$$3\sin\alpha - 3\sqrt{3}\cos\alpha + 4 = 0$$

Hier ersetze ich nun mal $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$, dann kommen die Wurzeln zusammen:

$$3\sin\alpha - 3\sqrt{3}\sqrt{1 - \sin^2\alpha} + 4 = 0$$

Wurzelausdruck isolieren und quadrieren:

$$\left(3\sin\alpha + 4\right)^2 = \left(3\sqrt{3}\sqrt{1 - \sin^2\alpha}\right)^2$$

$$9\sin^2\alpha + 24\sin\alpha + 16 = 9 \cdot 3 \cdot (1 - \sin^2\alpha)$$

$$9\sin^2\alpha + 24\sin\alpha + 16 = 27 - 27\sin^2\alpha$$

$$36\sin^2\alpha + 24\sin\alpha - 11 = 0$$

Diese Gleichung hat zwei Lösungen; da der Winkel sicher kleiner als 90° sein muss, lässt sich nur die positive nutzen:

$\sin\alpha = 0.312 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = 18.2°$