3a Von einer AF kennt man: $a_1=1.8$, $d=0.05$, $s_n=4059$. Berechnen Sie a_n und d

3b Von einer AF kennt man: $a_5 = 27.9$ und $a_{12} = 59.4$. Berechnen Sie a_1 und d

3c Von einer AF kennt man: $a_n=107$, $d=5.2$, $s_n=123$. Berechnen Sie n und a_1

3d Von einer AF kennt man die Glieder $a_4 = -5$ und $a_{12} = 35$. Berechnen Sie a_8!

3a Von einer AF kennt man: a_1=-7, d=5, s_n=84. Berechnen Sie a_n und d

$$a_n = -7 + (n-1)\cdot 5 = -7 + 5n - 5 = 5n - 12$$

$$84 = \frac{(-7+a_n)\,n}{2} \quad \Big| \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad 168 = (-7+a_n)\,n$$

Die 1. Gleichung in der 2. einsetzen:

$$\begin{aligned}168 &= (-7+5n-12)\,n\\ 168 &= (5n-19)\,n\\ 168 &= -19n+5n^2\\ 0 &= 5n^2-19n-168 \quad \Rightarrow \quad n_1 = 8, \quad n_2 = -4.2\end{aligned}$$

n muss eine natürliche Zahl sein, also gilt nur: **n = 8**

$$a_n = 5n - 1240 - 12 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a_n = 28}$$

3b Von einer AF kennt man: $a_5 = 27.9$ und $a_{12} = 59.4$. Berechnen Sie a_1 und d

Zweimal die 1. Formel anwenden:

$$\begin{aligned}a_5 &= a_1 + 4d = 27.9\\ a_{12} &= a_1 + 11d = 59.4\end{aligned}$$

Wir subtrahieren die erste Gleichung von der zweiten:

$$7d = 31.5 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{d = 4.5}$$

$d = 4.5$ wird in der ersten Gleichung eingesetzt:

$$a_1 + 4\cdot 4.5 = 27.9 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a_1 = 9.9}$$

3c Von einer AF kennt man: $a_n = 28$, $d = 5$, $s_n = 84$. Berechnen Sie n und a_1

1. Formel: $28 = a_1 + (n-1) \cdot 5$

2. Formel: $84 = \frac{(a_1 + 28) \cdot n}{2} \quad \Rightarrow \quad 168 = (a_1 + 28) \cdot n$

Wir lösen die 1. Gleichung nach a_1 auf:

$$28 = a_1 + (n-1) \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 28 - (n-1) \cdot 5 = 28 - 5n + 5 = 33 - 5n$$

Diesen Term setzen wir in der 2. Gleichung ein:

$$\begin{aligned} 168 &= (33 - 5n + 28) \cdot n \\ 168 &= (61 - 5n) \cdot n \\ 168 &= 61n - 5n^2 \\ 5n^2 - 61n + 168 &= 0 \qquad \Rightarrow \qquad n_1 = 8, \quad n_2 = 4.2 \end{aligned}$$

n muss eine natürliche Zahl sein, also gilt nur: **n = 8**

$$a_1 = 33 - 5 \cdot 8 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a_1 = -7}$$

3d Von einer AF kennt man die Glieder $a_4 = -5$ und $a_{12} = 35$. Berechnen Sie a_8!

Einfach: $a_8 = \frac{a_4 + a_{12}}{2} = \frac{-5 + 35}{2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a_8 = 15}$

denn a_8 liegt genau in der Mitte zwischen $a_4 = -5$ und $a_{12} = 35$

Für die konventionelle Lösung wird zweimal die 1. Formel angewandt:

$$\begin{aligned} -5 &= a_1 + 3d \\ 35 &= a_1 + 11d \end{aligned}$$

Die 1. Gleichung wird von der 2. subtrahiert:

$$40 = 8d \quad \Rightarrow \quad d = 5$$

und nun aus der 1. Gleichung:

$$-5 = a_1 + 15 \quad \Rightarrow \quad a_1 = -20$$

somit ergibt sich:

$$a_8 = -20 + 7 \cdot 5 = 15$$