4a Die drei Seiten a, b, c eines rechtwinkligen Dreiecks bilden eine AF.
Die Hypotenuse hat die Länge 15.

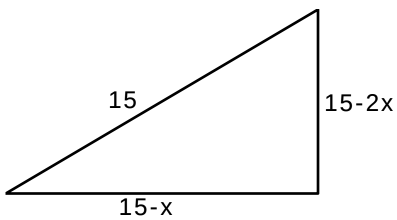
4b Fünf Zahlen bilden eine AF. Die Summe der ersten drei Zahlen ist 63, die der letzten drei Zahlen ist 87. Wie heissen die fünf Zahlen?

4c Vier Zahlen bilden eine AF mit dem Differenz d=2 und der Summe 60.
Wie heissen die vier Zahlen?

4d Wenn man das dritte, fünfte und siebte Glied einer arithmetischen Folge addiert erhält man 21; wenn man die gleichen drei Glieder multipliziert ergibt sich -105.
Wie heissen die ersten drei Glieder der Folge?

Die folgenden Aufgaben eignen sich nicht für die Anwendung der Formel!

4a Die drei Seiten a, b, c eines rechtwinkligen Dreiecks bilden eine AF.
Die Hypotenuse hat die Länge 15.



Nun gilt der Satz des Pythagoras:

$$(15-x)^2+(15-2x)^2=15^2$$

Ausrechnen und ordnen:

$$\begin{aligned}5x^2-90x+225&=0\\x^2-18x+45&=0\\(x-3)(x-15)&=0\end{aligned}$$

Nur die Lösung $x=3$ ist brauchbar: die Katheten haben die Längen **12** und **9**.

4b Vier Zahlen bilden eine AF mit dem Differenz d=2 und der Summe 60.
Wie heissen die vier Zahlen?

Ansatz für die Folge: $a,\ a+2,\ a+4,\ a+6$

Dann gilt:

$$\begin{aligned}a+(a+2)+(a+4)+(a+6)&=60\\4a+12&=60\\4a&=48\\a&=12\end{aligned}$$

und die Zahlenfolge ist: **12, 14, 16, 18**

4c Fünf Zahlen bilden eine AF. Die Summe der ersten drei Zahlen ist 63, die der letzten drei Zahlen ist 87. Wie heissen die fünf Zahlen?

Ansatz für die Folge: $a,\ a+d,\ a+2d,\ a+3d,\ a+4d$

Nun erhalten wir die beiden Gleichungen:

$$3a+3d=63$$
$$3a+9d=87$$

Wir subtrahieren die 1. Gleichung von der 2.:

$$6d=24$$
$$d=4 \quad \Rightarrow \quad 3a+12=63 \quad \Rightarrow \quad a=17$$

Die Folge lautet: **17, 21, 25, 29, 33**

4d Wenn man das dritte, fünfte und siebte Glied einer arithmetischen Folge addiert erhält man 21; wenn man die gleichen drei Glieder multipliziert ergibt sich -105.
Wie heissen die ersten drei Glieder der Folge?

Man könnte den Ansatz analog zu dem der vorherigen Aufgabe machen, aber die Ausnützung der Symmetrie ergibt einfachere Gleichungen:

Ansatz: $a-4d,\ a-3d,\ a-2d,\ a-d, a,\ a+d,\ a+2d$

Nun gelten die Gleichungen:

$$(a-2d)+a+(a+2d)=21 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a=7}$$

und

$$\begin{aligned}(7-2d)\cdot 7\cdot(7-2d) &= -105 \qquad \Big|\ :7\\ (7-2d)(7-2d) &= -15\\ 49-4d^2 &= -15\\ 64 &= 4d^2\\ d^2 &= 16\\ d &= \pm 4\end{aligned}$$

Mit $d=4$ heisst die Folge: **-9, -5, -1, 3, 7, 11, 15**
Mit $d=-4$ heisst die Folge: **23, 19, 15, 11, 7, 3, -1**