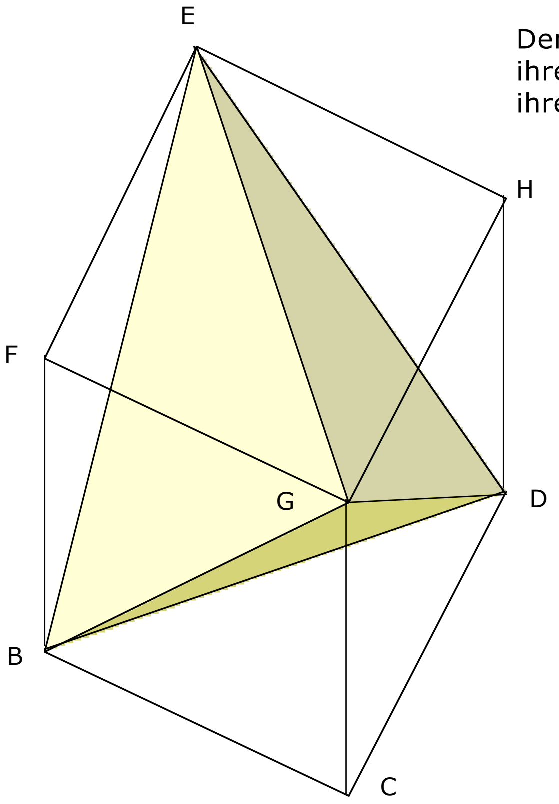
Dem unten abgebildeten Würfel mit der Kantenlänge a werden entlang der Linien BDE, BDG, BEG und DEG vier Ecken abgeschnitten.
Berechnen Sie Volumen und Oberfläche des zurückbleibenden Körpers.

Ich habe den Würfel hier etwas gedreht, damit man mehr vom neuen Körper sieht.

Dieser Körper ist ein Tetraeder, der einfachste der fünf regelmässigen Körper (Euklidische Körper). Seine Oberfläche setzt sich zusammen aus vier gleichseitigen Dreiecken.



Dem Würfel wurden vier Pyramiden abgeschnitten; ihre Grundfläche ist ein halbes Quadrat der Seite a, ihre Höhe ist a:

$$
\begin{aligned}
V &= V_{\text{Würfel}} - 4 \cdot V_{\text{Pyramide}} \\
&= a^3 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a \\
&= a^3 - \frac{2a^3}{3}
\end{aligned}
$$

$$\mathbf{V = \frac{a^3}{3}}$$

Die Fläche eines gleichseitigen Dreiecks ist: $A = \frac{s^2\sqrt{3}}{4}$

Die Seitenlänge dieser Dreieck ist: $a\sqrt{2}$

Damit erhält man für die Oberfläche dieses Tetraeders:

$$\mathbf{O} = 4 \cdot \frac{(a\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4} = 4 \cdot \frac{2a^2\sqrt{3}}{4} \mathbf{= 2a^2\sqrt{3}}$$

g66_9