Jemand behauptet hellsichtig zu sein. Er wird einem Test unterzogen, bei welchem wiederholt aus einem vollständigen Stapel Karten eine einzelne Karte verdeckt gezogen wird.
Der Kandidat soll dann die Kartenfarbe (Herz, Kreuz, Pik oder Karo) angeben.
Man ist gewillt, einem Kandidaten gewisse Fähigkeiten zu attestieren, wenn er in einer Zehnerserie mindestens 6 richtige Farben angeben kann.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht ein Banause diesen Test?
b) Jemand mit einer Trefferquote von 0.6 gilt als 'begabt'. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt ein derart Begabter durch den Test?
c) Legen Sie die Bedingungen für das Bestehen des Tests so fest, dass beide Fehlerarten kleiner sind als 6%

[Matur TSME, 1999, Gub]

---

a) Der Kandidat verlegt sich aufs Raten: $p = 0.25 = \frac{1}{4}$

Er besteht den Test, wenn er mindestens 6 richtig hat:

$$\sum_{k=6}^{10} \binom{10}{k} \cdot \left(\tfrac{1}{4}\right)^k \cdot \left(\tfrac{3}{4}\right)^{10-k} = 1.97\%$$

b) Der Kandidat ist begabt: $p = 0.6$

Er besteht den Test nicht, wenn er weniger als 6 richtig hat:

$$\sum_{k=0}^{5} \binom{10}{k} \cdot (0.6)^k \cdot (0.4)^{10-k} = 36.7\%$$

c) Die Bedingung für a) muss bestehen bleiben;
falls nur 5 Richtige verlangt werden steigt die Wahrscheinlichkeit schon auf 7%.

Die Bedingung für b) könnte gemildert werden:

$$\sum_{k=0}^{4} \binom{10}{k} \cdot (0.6)^k \cdot (0.4)^{10-k} = 16\%$$

$$\sum_{k=0}^{3} \binom{10}{k} \cdot (0.6)^k \cdot (0.4)^{10-k} = 5.4\%$$

Eine Bedingung, die gleichzeitig für a) und b) passt existiert nicht.