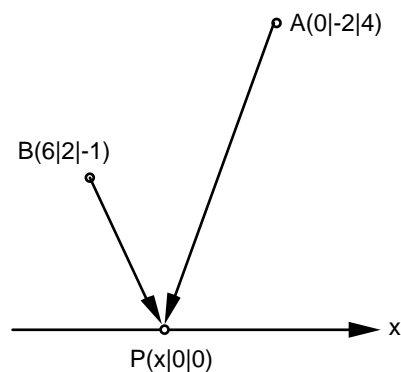


Welcher Punkt P auf der x-Achse ist von A(0 | -2 | 4) doppelt so weit entfernt wie von B(6 | 2 | -1) ?



Wir berechnen die Vektoren \vec{AP} und \vec{BP} und ihre Längen:

$$\vec{AP} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad |\vec{AP}| = \sqrt{x^2 + 4 + 16} = \sqrt{x^2 + 20}$$

$$\vec{BP} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-6 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad |\vec{BP}| = \sqrt{(x-6)^2 + 4 + 1} = \sqrt{(x-6)^2 + 5}$$

Die Abstandsbedingung ergibt: $|\vec{AP}| = 2 \cdot |\vec{BP}|$

Überlegen Sie immer sorgfältig, ob das "2 ·" auf der richtigen Seite steht!

$$\sqrt{x^2 + 20} = 2 \cdot \sqrt{(x-6)^2 + 5}$$

$$x^2 + 20 = 4 \cdot ((x-6)^2 + 5)$$

$$x^2 + 20 = 4(x^2 - 12x + 36 + 5)$$

$$x^2 + 20 = 4x^2 - 48x + 164$$

$$0 = 3x^2 - 48x + 144$$

$$0 = x^2 - 16x + 48$$

$$0 = (x-4)(x-12)$$

Die Aufgabe hat zwei Lösungen:

$$x_1 = 4 \quad P_1 = (4|0|0)$$

$$x_2 = 12 \quad P_2 = (12|0|0)$$