Berechnen Sie den Zwischenwinkel der gegebenen Vektoren:

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 5 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -12 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ d) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix}$

Wir benützen in allen Fällen die Formel: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\gamma$

Dabei stehen a und b für die Längen (Beträge) der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

$$a = \sqrt{a_1^{\,2} + a_2^{\,2} + a_3^{\,2}}$$

Tippen Sie den Radikanden direkt in den Taschenrechner, aber lassen Sie die Wurzel stehen, wenn sie nicht "aufgeht". Ein $\sqrt{3} = 1.7$ führt zu Ungenauigkeiten!
Beachten Sie dazu den Tipp bei Aufgabe d)!

a) $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = 14 + 4 - 8 = 10 = 3 \cdot 9 \cdot \cos\gamma \quad \Rightarrow \quad \cos\gamma = \frac{10}{27} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \mathbf{68.26^o}$

b) $\begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 5 \end{pmatrix} = 0 - 12 + 20 = 8 = 9 \cdot 13 \cdot \cos\gamma \quad \Rightarrow \quad \cos\gamma = \frac{8}{117} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \mathbf{86.08^o}$

c) $\begin{pmatrix} 4 \\ -12 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} = -16 - 48 - 6 = -70 = 13 \cdot 6 \cdot \cos\gamma \quad \Rightarrow \quad \cos\gamma = \frac{-70}{78} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \mathbf{153.82^o}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix} = -6 + 0 - 30 = -36 = \sqrt{34} \cdot \sqrt{89} \cdot \cos\gamma \quad \Rightarrow \quad \gamma = \mathbf{130.88^o}$

Rechnen Sie: $-36 : \sqrt{34} : \sqrt{89}$; so erhalten Sie einen möglichst genauen Wert für $\cos\gamma$