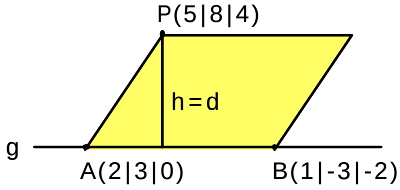
Bestimmen Sie mithilfe des Vektorprodukts den Abstand des Punktes P von der Geraden AB:

a) A(2|3|0), B(1|-3|-2), P(5|8|4)

b) A(1|2|-1), B(4|4|-3), P(0|3|7)

Merken Sie sich bei diesem Aufgabentyp nicht Formeln, sondern die dazugehörige Figur und Idee!

a)



Aus den drei gegebenen Punkten lässt sich die Fläche F des Parallelogramms sowie seine Grundlinie $g = \overline{AB}$ berechnen.

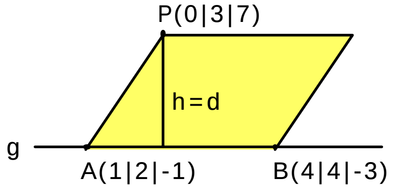
Aus $F = g \cdot h$ ergibt sich: $d = h = \frac{F}{g}$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 \\ -2 \\ 13 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad F = \sqrt{196 + 4 + 169} = \sqrt{369}$$

$$g = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{1 + 36 + 4} = \sqrt{41}$$

$$d = \frac{\sqrt{369}}{\sqrt{41}} = \sqrt{\frac{369}{41}} = \sqrt{9} = \mathbf{3}$$

b)



Aus den drei gegebenen Punkten lässt sich die Fläche F des Parallelogramms sowie seine Grundlinie $g = \overline{AB}$ berechnen.

Aus $F = g \cdot h$ ergibt sich: $d = h = \frac{F}{g}$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ -22 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad F = \sqrt{18^2 + 22^2 + 25} = \sqrt{833}$$

$$g = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{9 + 4 + 4} = \sqrt{17} \quad \text{und} \quad d = \frac{\sqrt{833}}{\sqrt{17}} = \sqrt{\frac{833}{17}} = \sqrt{49} = \mathbf{7}$$