

Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h.

- a)  $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$
- b)  $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- c)  $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$
- d)  $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -0.5 \end{pmatrix}$

**Halten Sie sich an das folgende Schema:**

( $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  sind die Richtungsvektoren, A und B die Punkte auf der Geraden)

		ja	a = b
	$\vec{AB} // \vec{a} // \vec{b} ?$	nein	a // b
$\vec{a} // \vec{b} ?$	ja	ja	Schnittpunkt
	nein	lässt sich das Gleichungssystem lösen?	windschief
		nein	

**Denken Sie bei der Berechnung von Schnittpunkten daran, dass die Parameter verschieden sein müssen!**

Lösungen auf der 2. Seite!

a)  $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} = -2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ , die Richtungsvektoren sind parallel.

Der Verbindungsvektor von g und h  $\begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$  ist nicht parallel dazu.

**Die Geraden sind parallel und verschieden.**

---

b) Die Richtungsvektoren sind nicht parallel.

Wir versuchen das Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned} -3 - t &= 4 + s \\ 6 + 2t &= 0 \\ t &= -3 \end{aligned}$$

Die Lösungen  $t = -3$  und  $s = -4$  sind für alle drei Gleichungen richtig.

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \quad - \quad \text{der Schnittpunkt ist } \mathbf{S(0|0|-3)}.$$


---

c) Die Richtungsvektoren sind nicht parallel.

Wir versuchen das Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned} 4 + 5t &= 1 + 4s \\ -5 - 4t &= 7 - 5s \\ 0 &= 2 \end{aligned}$$

Ein Blick auf die 3. Gleichung genügt: das Gleichungssystem hat keine Lösung!  
(Das gefundene Lösungspaar müsste für alle Gleichungen gelten!)

**Die beiden Geraden sind windschief!**

---

d)  $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} = -2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -0.5 \end{pmatrix}$ , die Richtungsvektoren sind parallel.

Verbindungsvektor von g nach h:  $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$  ist parallel zu den

Richtungsvektoren.

**Die Geraden fallen zusammen;**

es handelt sich um zwei verschiedene Gleichungen für dieselbe Gerade!