

Die Punkte A(3|2|1), B(5|3|3) und C(-1|3|9) sind gegeben.  
Bestimmen Sie Parametergleichungen der Winkelhalbierenden der Geraden AB und AC.

---

Wir berechnen die Richtungsvektoren der Geraden AB und AC:

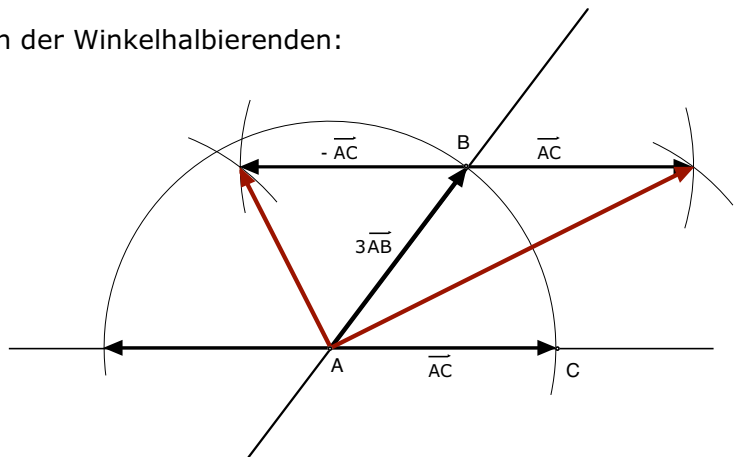
$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \left| \vec{AB} \right| = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \left| \vec{AC} \right| = \sqrt{16 + 1 + 64} = 9$$

Wir stellen fest, dass der 2. Vektor dreimal so lang ist wie der erste;  
w

$$3 \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ w\u00e4re gleich lang wie } \vec{AC}.$$

Wir erinnern uns nun an die Konstruktion der Winkelhalbierenden:



Wie man sieht ergibt sich f\u00fcr die Richtungen und die Gleichungen der Winkelhalbierenden.

$$\vec{w}_1 = 3\vec{AB} + \vec{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 14 \end{pmatrix} // \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} \quad w_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{w}_2 = 3\vec{AB} - \vec{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} // \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad w_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$