Der Normalenvektor muss zuerst ausgerechnet werden;
bestimmen Sie die Ebenengleichung.

a) Die Ebene geht durch $A(5|1|1)$ und ist durch zwei Richtungsvektoren bestimmt.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Die Ebene geht durch die Punkte A(4|-2|-2), B(7|2|4) und C(0|-5|-3).

c) Die Ebene geht durch die Punkte A(4|1|7), B(3|-1|2) und C(2|0|0).

d) Die Ebene geht durch die Punkte A(2|5|4), B(7|0|-3) und C(-8|-5|2).

---

a) Wir benötigen einen zu den beiden Richtungsvektoren senkrechten Vektor:

$$\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Damit ergibt sich für die Ebenengleichung.

$$\mathbf{\underset{5}{8x} + \underset{1}{2y} + \underset{1}{11} = 53}$$

---

b) Die Ebene geht durch die Punkte $A(4|-2|-2)$, $B(7|2|4)$ und $C(0|-5|-3)$.

Aus den Punkten A, B und C sind irgend zwei Richtungsvektoren zu berechnen:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -21 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Wir kürzen: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Mit Kürzen vereinfachen wir das Rechnen und können bei Folgerechnungen oft Brüche vermeiden.

und erhalten für die Ebenengleichung:

$$\mathbf{\underset{7}{2x} - \underset{2}{3y} + \underset{4}{z} = 12}$$

Es ist egal, welchen Punkt man einsetzt!
Nehmen Sie den bequemsten!
Benützen Sie einen anderen zur Kontrolle!

c) Die Ebene geht durch die Punkte A(4|1|7), B(3|-1|2) und C(2|0|0).

Aus den Punkten A, B und C sind irgend zwei Richtungsvektoren zu berechnen:

$$\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Wir kürzen: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

und erhalten für die Ebenengleichung:

$$\underset{2}{\mathbf{3x}} + \underset{0}{\mathbf{y}} - \underset{0}{\mathbf{z}} = \mathbf{6}$$

---

d) Die Ebene geht durch die Punkte A(2|5|4), B(7|0|-3) und C(-8|-5|2).

Aus den Punkten A, B und C sind irgend zwei Richtungsvektoren zu berechnen:

$$\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 15 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} 15 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ -80 \\ 100 \end{pmatrix}$$

Wir kürzen: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$

und erhalten für die Ebenengleichung:

$$\underset{7}{\mathbf{3x}} - \underset{0}{\mathbf{4y}} + \underset{-3}{\mathbf{5z}} = \mathbf{6}$$