Weitere einfache Aufgaben zur Ebenengleichung:

a) Die Ebene ist gegeben durch zwei sich schneidende Geraden.

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Die Ebene ist gegeben durch eine Gerade und den Punkt P(4|-1|1).

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

c) Die Ebene ist durch zwei parallele Geraden gegeben.

$$h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ und } h': \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

---

a) die beiden Geraden liefern zwei Richtungsvektoren $\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

und zwei Punkte $A(5|3|1)$ und $B(6|6|4)$.

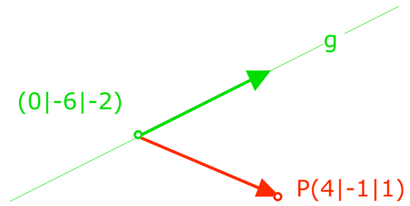
$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Damit erhalten wir die Gleichung: $\mathbf{3x - 2y + z = 10}$

Es ist egal, ob Sie A oder B einsetzen! Sie können den anderen zur Kontrolle benützen.

b) Die Ebene ist gegeben durch eine Gerade und den Punkt P(4|-1|1).

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$



Den einen Richtungsvektor haben wir: $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

Einen zweiten berechnen wir aus den beiden Punkten: $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ -15 \end{pmatrix}$$

Wir erhalten für die Ebenengleichung: $\mathbf{3y - 5z = -8}$

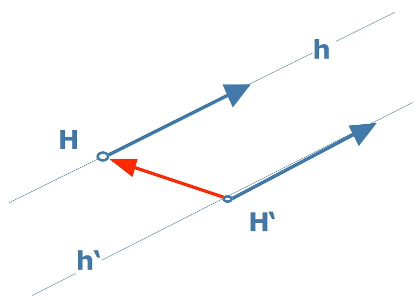
---

c) Die Ebene ist durch zwei parallele Geraden gegeben.

$$h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ und } h': \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Da die Richtungsvektoren paralleler Geraden gleich oder parallel sind, können wir nur einen davon brauchen; den zweiten berechnen wir aus den beiden Punkten:

$$\overrightarrow{H'H} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$



damit ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$

und die Ebenengleichung: $\mathbf{6x - y + 2z = 20}$