Aufgaben zur Ebenengleichung für die etwas räumliches Vorstellungsvermögen erforderlich ist.

a) Die Ebene geht durch A(6|0|1) und B(-1|-2|2) und ist parallel zur z-Achse.

b) Die Ebene geht durch A(1|2|3) und B(0|7|0) und steht senkrecht auf der Ebene y=7.

c) Die Ebene steht senkrecht zur Ebene 3x-2y+z=10 und enthält die Gerade g.

$$g: \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

---

a) Der eine Richtungsvektor ist, wegen der Parallelität zur z-Achse: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Den zweiten gewinnt man aus den Punkten: $\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

Damit ist der Normalenvektor: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$

und die Ebenengleichung: $\mathbf{2x - 7y = 12}$

b) Die Ebene geht durch A(1|2|3) und B(0|7|0) und steht senkrecht auf der Ebene y=7.

y=7 ist eine Parallelebene zu xz-Ebene. Jede Ebene, die auf ihr senkrecht steht, muss parallel zur y-Achse verlaufen.

der eine Richtungsvektor ist also: $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, der andere: $\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Für die Ebenengleichung gilt: $\mathbf{3x - z = 0}$

Das ist übrigens eine Ebene durch den Nullpunkt!

---

c) Die Ebene steht senkrecht zur Ebene E: 3x-2y+z=10 und enthält die Gerade g.

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Hier führt genau der gleiche Gedanke zum Ziel wie bei der vorhergehenden Aufgabe – nur dass man es sich nicht so gut vorstellen kann.

Jede Ebene, die senkrecht auf E steht, ist parallel zum Normalenvektor von E.
Den zweiten Richtungsvektor liefert hier wieder die Gerade.

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -18 \end{pmatrix}$$

Und die Ebenengleichung lautet: $\mathbf{4x - 3y - 18z = -1}$