

Die Ebenen E: $4x+3y+2z=-1$, F: $x+2y+3z=-4$ und G: $x+by+cz=-7$ besitzen eine gemeinsame Schnittgerade. Bestimmen Sie die Schnittgerade und die Parameter b und c.

Wie in Aufgabe 4 beschrieben lassen sich zwei Punkte von E und F ausrechnen:

$$\text{Aus F ergibt sich: } x + 2y + 3z = -4 \Rightarrow x = -4 - 2y - 3z$$

Eingesetzt in F erhält man:

$$\begin{aligned} 4(-4 - 2y - 3z) + 3y + 2z &= -1 \\ 5y &= -15 - 10z \\ y &= -3 - 2z \end{aligned}$$

Mögliche Lösungen:

$$\begin{array}{lll} z = 0 & y = -3 & x = 2 \\ z = 1 & y = -5 & x = 3 \end{array}$$

Die beiden Punkte A und B müssen nun auch in G liegen, d. h. ihre Koordinaten müssen die Gleichung von G erfüllen.

$$x + by + cz = -7$$

$$\left| \begin{array}{l} 2 - 3b = -7 \\ 3 - 5b + c = -7 \end{array} \right|$$

Man erhält sofort aus der 1. Gleichung $\mathbf{b = 3}$ und damit aus der 2. Gleichung $\mathbf{c = 5}$.